Kurs: 12 MA 1 (GA) **4. MATHEMATIKKLAUSUR** 22.05.2001
Name: ____________________ Bearbeitungszeit: 135 min

Aufgabe 1: Bestimmen Sie zu folgenden Bernoulli-Versuchen die erfragten Wahrscheinlichkeiten. Nutzen Sie die Tabelle der kumulierten Wahrscheinlichkeiten (*Anlage I*).

a) $P(X = 15)$	für $n = 50,\ p = 0{,}3$	**d)** $P(X = 9)$	für $n = 10,\ p = 0{,}9$
b) $P(X > 21)$	für $n = 100,\ p = 0{,}2$	**e)** $P(X \geq 15)$	für $n = 20,\ p = \frac{3}{4}$
c) $P(20 \leq X \leq 30)$	für $n = 50,\ p = \frac{1}{2}$	**f)** $P(75 < X < 90)$	für $n = 100,\ p = 0{,}6$

Aufgabe 2: Die Walkman-Ära hat ein Ende gefunden, so besitzen nur noch 25 von 100 Personen ein solches Gerät. Im Rahmen einer Marktanalyse werden 50 Personen zufällig ausgewählt.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit besitzen
(1) mehr als 20 Personen,
(2) weniger als 10 Personen einen Walkman?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
(1) genau 38 Personen,
(2) mehr als 25 und weniger als 35 Personen **keinen** Walkman besitzen?

Aufgabe 3: Zwei normale Spielwürfel (Hexaeder) werden geworfen.

a) Betrachten Sie die Zufallsgröße X: *Differenz der Augenzahlen*. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung tabellarisch dar.

b) Zeichnen Sie das zugehörige Histogramm der Wahrscheinlichkeitsverteilung.

c) Berechnen Sie den Erwartungswert E(X) und die Varianz V(X) für obige Zufallsgröße.

d) Zwei Spieler A und B werfen nun gleichzeitig einen Würfel.
Bei Pasch oder Fastpasch (Augendifferenz = 1) zahlt Spieler A eine DM an Spieler B.
Ist die Augendifferenz größer oder gleich 3, so zahlt B eine DM an Spieler A.
Beträgt die Augendifferenz genau 2, so bezahlen beide Spieler 50 Pfennig an die Bank.
Welchen Betrag werden Spieler A, Spieler B und die Bank nach 100 Spielen ungefähr erhalten bzw. gezahlt haben?

e) Sie sind Spieler A, es werden 100 Spiele durchgeführt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit...

(1) ... erhalten Sie in mehr als 40 Spielen eine DM von B?
(2) ... erhalten Sie in mindestens 25 und höchstens 35 Spielen eine DM von B?
(3) ... müssen Sie in genau 50 Spielen ein DM an B zahlen?
(4) ... müssen Sie in mindestens 20 und höchstens 22 Spielen 50 Pfennig an die Bank zahlen?

Bitte wenden **↩**

Aufgabe 4: Ein spielbegeisterter Inline-Fahrer aus Manhattan hat sein ganz eigenes Prinzip entwickelt, durch die für Manhattan typisch angelegten Straßen zu fahren (*Anlage II*). Immer dann, wenn er an eine Kreuzung kommt, entscheidet eine besondere Spielmünze mit den Wahrscheinlichkeiten p(Kopf) = 0,7 und p(Zahl) = 0,3, in welche Richtung er weiterfährt. Bei Kopf fährt er einen Block in Richtung Osten, bei Zahl einen Block in Richtung Norden. Der Inline-Fahrer startet an Punkt X.

Markieren Sie in *Anlage II* die nachfolgend erfragten Punkte mit dem Buchstaben der Teilaufgabe (evtl. verschiedenfarbig) und geben Sie jeweils eine mathematisch begründete Antwort (inkl. der zugehörigen Rechnung).

a) Wo kann er sich nach 10 Blöcken befinden?

b) Welche dieser Positionen ist für den Inline-Fahrer am wahrscheinlichsten?

c) Welche Position wäre nach 12 Blöcken die wahrscheinlichste?

d) Welche Position wäre nach 9 Blöcken die wahrscheinlichste?

e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Inline-Fahrer bei einer Fahrt von 13 Blöcken am Punkt Y ankommen?

f) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Fahrt zum Punkt Y über den Punkt Z führt?

g) Sei nun allgemein p = p(Kopf). Für welches p wäre der Punkt Z der wahrscheinlichste Zielpunkt bei einer Fahrt von 7 Blöcken?

Viel Erfolg!

Anlage I: Kumulierte Binomialverteilung

Kumulierte Binomialverteilung für n = 10

k	p = 0,1	p = 1/6	p = 0,2	p = 0,25	p = 0,3	p = 1/3	p = 0,4	p = 0,5
0	0,349	0,162	0,107	0,056	0,028	0,017	0,006	0,001
1	0,736	0,485	0,376	0,244	0,149	0,104	0,046	0,011
2	0,930	0,775	0,678	0,526	0,383	0,299	0,167	0,055
3	0,987	0,930	0,879	0,776	0,650	0,559	0,382	0,172
4	0,998	0,985	0,967	0,922	0,850	0,787	0,633	0,377
5	1,000	0,998	0,994	0,980	0,953	0,923	0,834	0,623
6	1,000	1,000	0,999	0,996	0,989	0,980	0,945	0,828
7	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,997	0,988	0,945
8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,989
9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999
10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Kumulierte Binomialverteilung für n = 20

k	p = 0,1	p = 1/6	p = 0,2	p = 0,25	p = 0,3	p = 1/3	p = 0,4	p = 0,5
0	0,122	0,026	0,012	0,003	0,001	0,000	0,000	0,000
1	0,392	0,130	0,069	0,024	0,008	0,003	0,001	0,000
2	0,677	0,329	0,206	0,091	0,035	0,018	0,004	0,000
3	0,867	0,567	0,411	0,225	0,107	0,060	0,016	0,001
4	0,957	0,769	0,630	0,415	0,238	0,152	0,051	0,006
5	0,989	0,898	0,804	0,617	0,416	0,297	0,126	0,021
6	0,998	0,963	0,913	0,786	0,608	0,479	0,250	0,058
7	1,000	0,989	0,968	0,898	0,772	0,661	0,416	0,132
8	1,000	0,997	0,990	0,959	0,887	0,809	0,596	0,252
9	1,000	0,999	0,997	0,986	0,952	0,908	0,755	0,412
10	1,000	1,000	0,999	0,996	0,983	0,962	0,872	0,588
11	1,000	1,000	1,000	0,999	0,995	0,987	0,943	0,748
12	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,996	0,979	0,868
13	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,994	0,942
14	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,979
15	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,994
16	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999
17	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

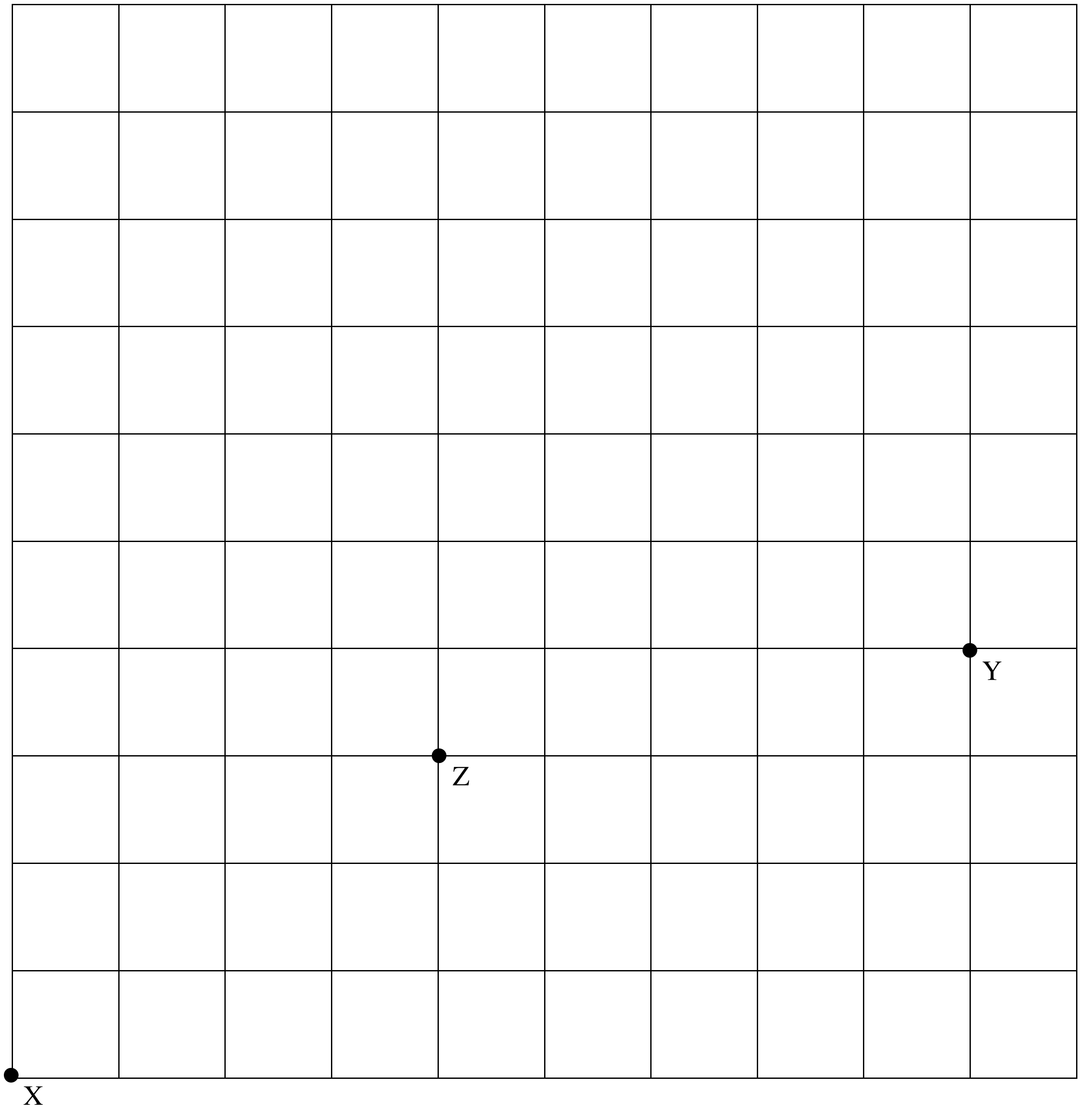
Kumulierte Binomialverteilung für n = 50

k	p = 0,1	p = 1/6	p = 0,2	p = 0,25	p = 0,3	p = 1/3	p = 0,4	p = 0,5
0	0,005	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,034	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,112	0,007	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,250	0,024	0,006	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,431	0,064	0,018	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
5	0,616	0,139	0,048	0,007	0,001	0,000	0,000	0,000
6	0,770	0,251	0,103	0,019	0,002	0,001	0,000	0,000
7	0,878	0,391	0,190	0,045	0,007	0,002	0,000	0,000
8	0,942	0,542	0,307	0,092	0,018	0,005	0,000	0,000
9	0,975	0,683	0,444	0,164	0,040	0,013	0,001	0,000
10	0,991	0,799	0,584	0,262	0,079	0,028	0,002	0,000
11	0,997	0,883	0,711	0,382	0,139	0,057	0,006	0,000
12	0,999	0,937	0,814	0,511	0,223	0,104	0,013	0,000
13	1,000	0,969	0,889	0,637	0,328	0,171	0,028	0,000
14	1,000	0,986	0,939	0,748	0,447	0,261	0,054	0,001
15	1,000	0,994	0,969	0,837	0,569	0,369	0,096	0,003
16	1,000	0,998	0,986	0,902	0,684	0,487	0,156	0,008
17	1,000	0,999	0,994	0,945	0,782	0,605	0,237	0,016
18	1,000	1,000	0,997	0,971	0,859	0,713	0,336	0,032
19	1,000	1,000	0,999	0,986	0,915	0,804	0,446	0,059
20	1,000	1,000	1,000	0,994	0,952	0,874	0,561	0,101
21	1,000	1,000	1,000	0,997	0,975	0,924	0,670	0,161
22	1,000	1,000	1,000	0,999	0,988	0,958	0,766	0,240
23	1,000	1,000	1,000	1,000	0,994	0,978	0,844	0,336
24	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,989	0,902	0,444
25	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,995	0,943	0,556
26	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,969	0,664
27	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,984	0,760
28	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,992	0,839
29	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,997	0,899
30	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,941
31	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,968
32	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,984
33	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,992
34	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,997
35	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999
36	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Kumulierte Binomialverteilung für n = 100

k	p = 0,1	p = 1/6	p = 0,2	p = 0,25	p = 0,3	p = 1/3	p = 0,4	p = 0,5
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,008	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,024	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5	0,058	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	0,117	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
7	0,206	0,004	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8	0,321	0,010	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	0,451	0,021	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,583	0,043	0,006	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	0,703	0,078	0,013	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
12	0,802	0,130	0,025	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
13	0,876	0,200	0,047	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
14	0,927	0,287	0,080	0,005	0,000	0,000	0,000	0,000
15	0,960	0,388	0,129	0,011	0,000	0,000	0,000	0,000
16	0,979	0,494	0,192	0,021	0,001	0,000	0,000	0,000
17	0,990	0,599	0,271	0,038	0,002	0,000	0,000	0,000
18	0,995	0,696	0,362	0,063	0,005	0,000	0,000	0,000
19	0,998	0,780	0,460	0,100	0,009	0,001	0,000	0,000
20	0,999	0,848	0,559	0,149	0,016	0,002	0,000	0,000
21	1,000	0,900	0,654	0,211	0,029	0,005	0,000	0,000
22	1,000	0,937	0,739	0,286	0,048	0,009	0,000	0,000
23	1,000	0,962	0,811	0,371	0,076	0,016	0,000	0,000
24	1,000	0,978	0,869	0,462	0,114	0,028	0,001	0,000
25	1,000	0,988	0,913	0,553	0,163	0,046	0,001	0,000
26	1,000	0,994	0,944	0,642	0,224	0,071	0,002	0,000
27	1,000	0,997	0,966	0,722	0,296	0,107	0,005	0,000
28	1,000	0,999	0,980	0,792	0,377	0,152	0,008	0,000
29	1,000	0,999	0,989	0,850	0,462	0,209	0,015	0,000
30	1,000	1,000	0,994	0,896	0,549	0,277	0,025	0,000
31	1,000	1,000	0,997	0,931	0,633	0,353	0,040	0,000
32	1,000	1,000	0,998	0,955	0,711	0,434	0,062	0,000
33	1,000	1,000	0,999	0,972	0,779	0,519	0,091	0,000
34	1,000	1,000	1,000	0,984	0,837	0,602	0,130	0,001
35	1,000	1,000	1,000	0,991	0,884	0,680	0,179	0,002
36	1,000	1,000	1,000	0,995	0,920	0,751	0,239	0,003
37	1,000	1,000	1,000	0,997	0,947	0,812	0,307	0,006
38	1,000	1,000	1,000	0,999	0,966	0,863	0,382	0,010
39	1,000	1,000	1,000	0,999	0,979	0,903	0,462	0,018
40	1,000	1,000	1,000	1,000	0,988	0,934	0,543	0,028
41	1,000	1,000	1,000	1,000	0,993	0,957	0,623	0,044
42	1,000	1,000	1,000	1,000	0,996	0,972	0,697	0,067
43	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,983	0,763	0,097
44	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,990	0,821	0,136
45	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,994	0,869	0,184
46	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,997	0,907	0,242
47	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,936	0,309
48	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,958	0,382
49	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,973	0,460
50	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,983	0,540
51	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,990	0,618
52	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,994	0,691
53	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,997	0,758
54	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998	0,816
55	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,864
56	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,903
57	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,933
58	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,956
59	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,972
60	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,982
61	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,990
62	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,994
63	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,997
64	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,998
65	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999
66	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Anlage II: ***Stadtplan von Manhattan*** *(für die Lösung von Aufgabe 4)*



Hinweis: Sollten Ihnen bei der Zeichnung zu viele Fehler unterlaufen sein, so fordern Sie vom Aufsicht führenden Lehrer ein neues Exemplar.

Nicht gewählte Aufgabe: (schade, schade, schade...)

Aufgabe 0: Eine Spedition besitzt 20 LKW, welche mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = \frac{1}{6}$ im Laufe eines Jahres ausfallen. Solange mindestens 15 LKW fahrbereit sind, können alle Aufträge der Firma erledigt werden. Am Jahresende werden die ausgefallenen LKW repariert. Die Reparatur eines LKW kostet im Durchschnitt 7 500,– DM.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit können alle Aufträge eines Jahres bearbeitet werden?

b) Wie viele LKW werden voraussichtlich bis zum Jahresende ausfallen? Geben Sie die wahrscheinlichste Anzahl an. *Hinweis:* Eine Anzahl ist eine natürliche Zahl!!!

c) Mit welchen Reparaturkosten muss die Spedition durchschnittlich pro Jahr rechnen?

d) Stehen keine 15 LKW zur Verfügung, so entstehen pro ausgefallenen LKW Auftragseinbußen von 20 000,– DM. Mit welchen Auftragseinbußen muss die Spedition durchschnittlich pro Jahr rechnen?

e) Ein LKW hat selbst bei Nichtgebrauch jährliche Fixkosten von 4 500,– DM. Ist es für die Spedition sinnvoll, 5 LKW in Reserve zu haben oder wäre es für die Spedition sinnvoller, nur 15 LKW zu besitzen?

f) Wie groß dürfen die Fixkosten maximal sein, damit sich die Haltung von 5 Ersatz-LKW lohnt?